

УДК 629.78.015

ПЕРЕХОД ПЛОСКОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С АСИММЕТРИЕЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ПРИ ВХОДЕ В АТМОСФЕРУ

© 2004 г. Е. А. Кеньшов, И. А. Тимбай

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 10.12.2002 г.

Рассматривается движение относительно центра масс космического аппарата с малой асимметрией, восстанавливающий аэродинамический момент которого описывается рядом Фурье по углу атаки с двумя первыми синусоидальными и первым косинусоидальным членами. Найдено решение для угла атаки в невозмущенном вращательном движении. Получено аналитическое выражение для интеграла действия, взятого вдоль сепаратрис, разделяющих вращательную и колебательные области фазового портрета системы. Исследуется переход плоского вращательного движения аппарата к колебательному, обусловленный медленным изменением коэффициентов моментной характеристики, а также наличием и медленным изменением коэффициентов малой асимметрии и демпфирования. Получены аналитические формулы для определения времен перехода вращательного движения в колебательное, а также критической угловой скорости внеатмосферного вращения, при превышении которой вращение аппарата продолжается в течение длительного интервала времени (возникает плоская авторотация).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается плоское движение неуправляемого космического аппарата на верхнем участке траектории спуска в атмосферу, когда можно пренебречь изменением скорости центра масс и угла наклона траектории. Исследуются случаи, когда в процессе спуска вращательное движение переходит в колебательное или имеет место длительное вращение без перехода в колебательное движение (плоская авторотация). В [1] рассматриваются переходные режимы движения КА с синусоидальной, а в [2] с бигармонической моментной характеристикой без учета влияния малой асимметрии. В [3] исследуются условия возникновения плоской авторотации асимметричного КА, моментная характеристика которого представлена рядом Фурье. Получены в интегральном виде формулы для определения критического значения начальной угловой скорости вращения КА, при которой реализуется плоская авторотация. В данной работе рассматривается плоское движение относительно центра масс КА с малой массовой асимметрией, вызванной поперечным смещением центра масс, и аэродинамической асимметрией, обусловленной искажением поверхности аппарата. Пусть момент от указанной асимметрии может быть представлен в виде четного ряда Фурье по углу атаки с постоянным членом (средним значением момента) и первым косинусоидальным членом. Тогда, добавляя косинусоидальную компоненту к основному восстанавливающему аэродинамическому моменту, описываемому

нечетным рядом Фурье с двумя первыми гармониками [2], считая среднее значение момента асимметрии и значение демпфирующего момента малыми величинами, учитывая, что коэффициенты моментов медленно меняются во времени из-за медленного изменения плотности атмосферы в процессе спуска, движение КА можно описать следующим уравнением [2], [4]

$$\ddot{\alpha} + a(z)\sin\alpha + b(z)\sin 2\alpha + c(z)\cos\alpha = \varepsilon\sigma(z)\dot{\alpha} + \varepsilon\xi(z), \quad (1)$$

где α – угол атаки; $a(z)$, $b(z)$, $c(z)$ – коэффициенты моментной характеристики; $\sigma(z)$ и $\xi(z)$ – усредненные по углу атаки коэффициенты демпфирования и асимметрии; z – медленно меняющийся параметр, переменность которого связана с медленным изменением плотности атмосферы в процессе спуска; ε – малый параметр, характеризующий малость коэффициентов демпфирования и асимметрии.

Коэффициенты уравнения движения (1), если зависимость плотности атмосферы от высоты полета аппроксимировать экспонентой, могут быть представлены в виде [2], [4]:

$$\begin{aligned} a(z) &= a_0 z, & b(z) &= b_0 z, & c(z) &= c_0 z, \\ \sigma(z) &= \sigma_0 z, & \xi(z) &= \xi_0 z, \\ a_0 &= -m_a S I V_0^2 \rho(t_0) / (2I), \end{aligned}$$

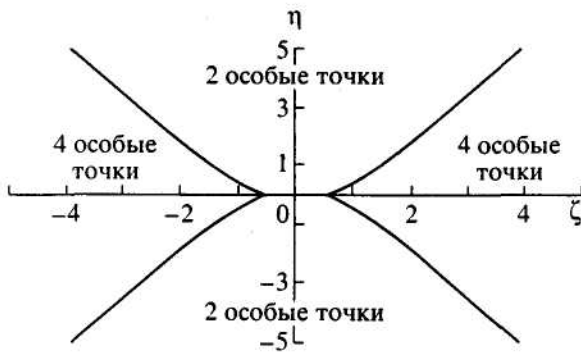


Рис. 1. Бифуркационная кривая.

$$b_0 = -m_b S V_0^2 \rho(t_0) / (2I),$$

$$c_0 = -\Delta \bar{y} C_{\tau 1} S V_0^2 \rho(t_0) / (2I),$$

$$\xi_0 = (\Delta \bar{y} C_{\tau 0} + \Delta m_z) S V_0^2 \rho(t_0) / (2I),$$

$$\sigma_0 = (m_0^{\omega} l^2 / I - C_{y\alpha 0}^{\alpha} / m) S V_0 \rho(t_0) / 2,$$

$$z = \exp(\beta(t - t_0)), \quad \beta = \lambda V_0 |\sin \theta_0|,$$

где m_a, m_b – коэффициенты основного восстанавливающего аэродинамического момента; m_0^{ω} – усредненный по углу атаки коэффициент аэродинамического момента демпфирования; $C_{y\alpha 0}^{\alpha}$ – усредненная производная по углу атаки коэффициента аэродинамической подъемной силы; $C_{\tau 0}, C_{\tau 1}$ – первые два члена разложения коэффициента тангенциальной аэродинамической силы в четный ряд Фурье; Δm_z – коэффициент аэродинамического момента асимметрии; $\Delta \bar{y} = \Delta y / l$ – безразмерное смещение центра масс КА от оси его геометрической симметрии; l – характерный размер; S – характерная площадь; I – поперечный момент инерции; m – масса аппарата; V_0 – скорость полета; θ_0 – угол наклона траектории; $\rho(t_0)$ – плотность атмосферы в начальный момент времени; λ – логарифмический градиент плотности атмосферы по высоте.

2. НЕВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ КА

В случае невозмущенного движения ($\varepsilon = 0, z = \text{const}$) уравнение движения КА запишется в виде

$$\ddot{\alpha} + a \sin \alpha + b \sin 2\alpha + c \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Следует отметить, что уравнение движения физического маятника по углу его отклонения от вертикали, когда он установлен на вращающейся платформе и точка его подвеса смещена относительно оси вращения платформы [5], имеет вид аналогичный (2).

Для выяснения общих свойств движения системы (2) воспользуемся методом фазовой плоскости. Анализ фазового пространства рассматриваемой системы проведем аналогично [5]. Интеграл энергии системы (2) имеет вид

$$\frac{\dot{\alpha}^2}{2} - a \cos \alpha - b \cos^2 \alpha + c \sin \alpha = h. \quad (3)$$

Фазовым пространством рассматриваемой системы является цилиндр с координатами $\alpha, \dot{\alpha}$. Уравнение (3) определяет связь между α и $\dot{\alpha}$, тем самым, является уравнением фазовых траекторий. Из (3) следует, что

$$\dot{\alpha} = \pm \sqrt{2(f(\alpha) + h)},$$

где

$$f(\alpha) = a \cos \alpha + b \cos^2 \alpha - c \sin \alpha. \quad (4)$$

Экстремальные значения функции $f(\alpha)$ соответствуют состояниям равновесия уравнения (2), т.е. особым точкам на фазовом цилиндре $\alpha, \dot{\alpha}$.

Из выражения (4) функции $f(\alpha)$ следует, что в зависимости от значений параметров a, b, c могут существовать или две, или четыре особые точки.

Бифуркационное соотношение параметров $\eta = \frac{a}{c}$

и $\zeta = \frac{b}{c}$, разделяющее эти случаи, находится из условия слияния двух особых точек, что осуществляется при одновременном выполнении двух условий:

$$f'(\alpha) = 0 \text{ и } f''(\alpha) = 0.$$

Разрешая эти соотношения относительно η и ζ , получаем параметрическое представление бифуркационной кривой $\eta = \eta(\zeta)$:

$$\eta = \text{ctg}^3 \alpha, \quad \zeta = -(2 \sin^3 \alpha)^{-1}. \quad (5)$$

Согласно (5) на плоскости η, ζ протекают четыре ветви кривой $\eta = \eta(\zeta)$, соответствующие изменению α в интервале $[-\pi, \pi]$. Данная кривая, изображенная на рис. 1, разбивает плоскость на три области. При параметрах η, ζ , находящихся внутри области, ограниченной бифуркационной кривой, на фазовом цилиндре имеются две особые точки, а в других областях – четыре особые точки. Для параметров, принимающих значения $\zeta = \pm 0.5, \eta = 0$ происходит слияние трех особых точек: при $\alpha = 0$ для $\zeta = +0.5, \eta = 0$ и при $\alpha = \pm \pi$ для $\zeta = -0.5, \eta = 0$.

На рис. 2 показан фазовый портрет системы, когда имеются четыре особые точки, на рис. 3 – две особые точки.

Как видно, космический аппарат в зависимости от начальных условий (h) и величин a, b, c мо-

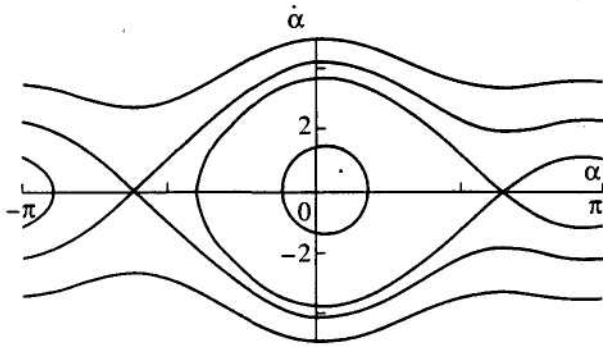


Рис. 2. Фазовый портрет: $a = 3, b = 4, c = 1$ ($\eta = 3, \zeta = 4$).

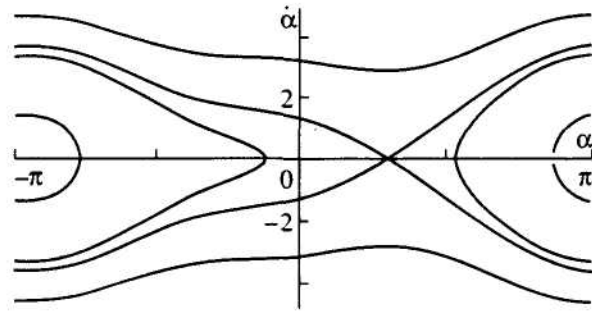


Рис. 3. Фазовый портрет: $a = -3, b = 2, c = -1$ ($\eta = 3, \zeta = -2$).

жет совершать как вращательные, так и колебательные движения, области которых разделены сепаратрисами.

Найдем решение для угла атаки в невозмущенном вращательном движении. Вводя новую переменную $u = \text{tg} \frac{\alpha}{2}$, уравнение (3) можно записать в виде

$$\dot{u}^2 = \frac{1}{4}[h - a + b]u^4 - \frac{1}{2}cu^3 + \frac{1}{2}[h - b]u^2 - \frac{1}{2}cu + \frac{1}{4}[h + a + b] \equiv G(u). \quad (6)$$

Разделяя переменные в уравнении (6), получим

$$dt = \pm \frac{du}{\sqrt{G(u)}}.$$

Здесь знак выбирается в зависимости от знака du таким образом, чтобы в любой момент времени правая часть уравнения была неотрицательной. После интегрирования имеем

$$t - t_0 = \int_{u_0}^u \frac{du}{\sqrt{G(u)}}. \quad (7)$$

Интеграл (7) относится к классу эллиптических интегралов и приводится к нормальному эллиптическому интегралу Лежандра первого рода [6]. Результат интегрирования зависит от типа корней полинома четвертой степени $G(u)$. В случае вращения все четыре корня полинома комплексные. Введем следующее правило нумерации этих корней: $b_1 \pm ic_1, b_2 \pm ic_2, b_1 > b_2, c_1 > 0, c_2 > 0$.

Приведение интеграла (7) к нормальному эллиптическому интегралу первого рода осуществляется посредством преобразования $u = u(\varphi)$, отображающего интервал интегрирования $[u_0, u]$ в соответствующий интервал действительного аргумента $[\varphi_0, \varphi]$. Вид преобразования $u = u(\varphi)$ зависит от типа и сочетания корней, а также от знака

старшего коэффициента полинома $G(u)$ [6]. Для рассматриваемого случая вращения все четыре корня полинома комплексные и преобразование может быть представлено в виде

$$u = b_1 + c_1 \text{tg}(\varphi + \varphi_*), \quad (8)$$

где

$$\varphi_* = \frac{\theta_3 + \theta_4}{2},$$

$$\theta_{3,4} = \text{arctg} \frac{c_1 \pm c_2}{b_1 - b_2} - \text{острые углы}.$$

Полагая, что в момент времени $t = t_0, \alpha = \alpha_0$, при этом

$$\varphi_0 = \text{arctg} \frac{\text{tg} \frac{\alpha_0}{2} - b_1}{c_1} - \varphi_*. \quad (9)$$

Тогда, учитывая (8), интеграл (7) преобразуется к следующему виду:

$$t - t_0 = \frac{1}{\delta} [F(\varphi, k) - F(\varphi_0, k)], \quad (10)$$

где $F(\varphi, k) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$ – эллиптический интеграл первого рода, $k^2 = \sin^2 \theta_5$ – модуль эллиптического интеграла,

$$\delta = \frac{\sqrt{|h - a + b|}}{2\sqrt{\cos \theta_5}} \sqrt{c_1 c_2},$$

$$\text{tg} \frac{\theta_5^2}{4} = \frac{\cos \theta_3}{\cos \theta_4}, \frac{1}{2} \theta_5 - \text{острый угол}.$$

Обращая эллиптический интеграл, из равенства (10) получим

$$\varphi = \text{am}[\delta(t - t_0) + \tau_0, k], \quad (11)$$

где $\tau_0 = F(\varphi_0, k)$.

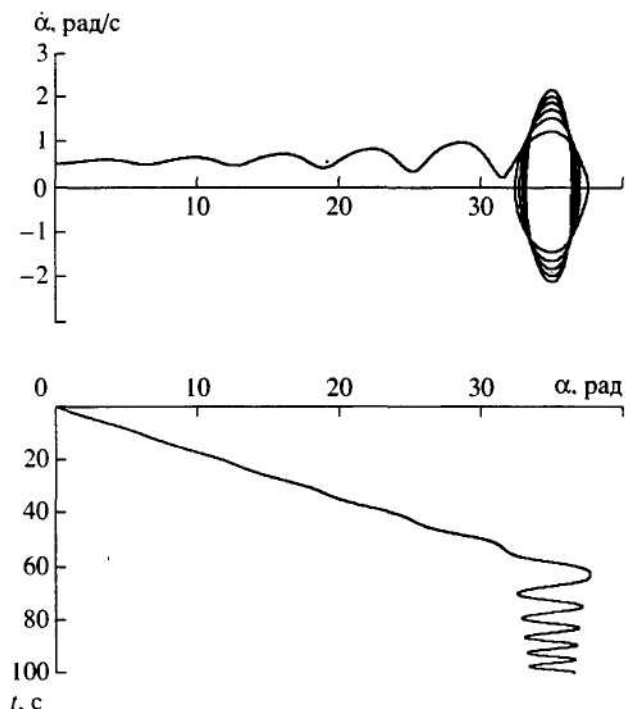


Рис. 4. Переход вращательного движения в колебательное.

Учитывая формулы (8), (11) и то, что $u = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, имеем следующее решение для угла атаки во вращательном движении:

$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} [b_1 + c_1 \operatorname{tg}(\operatorname{am}(\delta(t-t_0) + \tau_0, k) + \varphi_*)]. \quad (12)$$

Следует отметить, что формула (12) задает непрерывную функцию на отрезке $\alpha \in [-\pi, \pi]$. В рассматриваемом случае вращения необходимо продолжить функцию α на соответствующие отрезки, исходя из ее непрерывности.

3. ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ КА

В возмущенном движении с изменением величин коэффициентов a , b , c и наличием возмущений, обусловленных демпфированием и асимметрией, происходит эволюция фазовых траекторий, в результате которой они могут пересекать сепаратрисы, попадая в различные области фазового портрета. Это явление сопровождается качественным изменением характера движения: вращательное движение может переходить в колебательное, колебательное движение может «скачкообразно» переходить в колебательное движение с другими амплитудными характеристиками.

Рассмотрим режим движения, когда КА из вращательного движения переходит в колеба-

тельное. В этом случае фазовая точка, двигаясь по фазовому цилиндру, пересекает сепаратрису, разделяющую вращательную и колебательную области. На рис. 4 приведен случай такого движения (начальные условия движения: $a_0 = -0.02 \text{ c}^{-2}$, $b_0 = -0.005 \text{ c}^{-2}$, $c_0 = -0.005 \text{ c}^{-2}$, $\xi_0 = 0.0008 \text{ c}^{-2}$, $\sigma_0 = -0.00001 \text{ c}^{-1}$, $\alpha_0 = 10$ град, $\dot{\alpha}_0 = 30$ град/с, $\beta = 0.05 \text{ c}^{-1}$).

Будем полагать, что критерий применимости асимптотических методов в задачах спуска КА в атмосфере выполняется. Для плоского движения он имеет вид [4]

$$\mu = \frac{2\dot{\alpha}_0}{\lambda V_0 |\sin \theta_0|} = \frac{2\dot{\alpha}_0}{\beta} \gg 1. \quad (13)$$

Тогда для описания вращательного движения системы с медленно меняющимися параметрами (1) воспользуемся законом изменения интеграла действия [4]

$$\dot{I}_g = \sigma_0 z I_g + 2\pi \xi_0 z, \quad (14)$$

где

$$I_g = \int_{-\pi}^{\pi} \dot{\alpha} d\alpha, \quad (15)$$

а $\dot{\alpha}$ определяется из интеграла энергии (3).

Исключая из уравнения (14) время, принимая $t_0 = 0$ и учитывая, что в этом случае $z = \exp(\beta t)$, получим

$$\frac{dI_g}{dz} = \frac{\sigma_0 I_g}{\beta} + \frac{2\pi \xi_0}{\beta}.$$

После интегрирования имеем

$$I_g(z) = A - B e^{-C(z-1)}. \quad (16)$$

Здесь

$$A = \frac{-2\pi \xi_0}{\sigma_0}, \quad B = -\left[\frac{2\pi \xi_0}{\sigma_0} + I_{g0} \right], \quad C = -\frac{\sigma_0}{\beta};$$

$I_{g0} = I_g(t_0)$, — значение интеграла действия в начальный момент времени.

В случае, когда на границе атмосферы коэффициенты a , b , c существенно малы по сравнению с угловой скоростью вращения $\dot{\alpha}_0$, начальное значение интеграла действия определяется по формуле

$$I_{g0} = 2\pi \dot{\alpha}_0. \quad (17)$$

Согласно формуле (16) интеграл действия в процессе спуска изменяется. В момент времени, когда кривая $I_g(z)$ пересекает кривую интеграла действия, взятого на сепаратрисе, разделяющей

вращательную и колебательную области, произойдет переход вращательного движения в колебательное.

Вычислим интеграл действия вдоль сепаратрисы. На сепаратрисе многочлен четвертой степени $G(u)$ имеет два комплексных корня и два совпадающих действительных (u_{34}). Этот кратный корень должен одновременно удовлетворять условиям $G(u_{34}) = 0$, $G'_u(u_{34}) = 0$. Этим условиям также удовлетворяет величина полной энергии h_* . В результате преобразований интеграла (15), используя подстановку $u = \text{tg} \frac{\alpha}{2}$, имеем следующее аналитическое выражение для интеграла действия, вычисленного вдоль сепаратрисы:

$$I_g^* = D\sqrt{z}, \quad (18)$$

где

$$D = |d_1 I_1 + d_2 I_2| + I_3, \quad (19)$$

$$I_1 = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\chi + 2\theta m + \gamma m^2} \sqrt{r^2 - p^2}} \times \\ \times \ln \frac{\sqrt{y^2 + r^2} - \sqrt{r^2 - p^2}}{\sqrt{y^2 - p^2}} \text{ при } p^2 < r^2, \\ \frac{2}{\sqrt{\chi + 2\theta m + \gamma m^2} \sqrt{p^2 - r^2}} \times \\ \times \left[\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{\sqrt{y^2 + r^2}}{\sqrt{p^2 - r^2}} \right] \text{ при } p^2 > r^2. \end{cases}$$

$$I_2 = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\chi + 2\theta m + \gamma m^2} p \sqrt{r^2 - p^2}} \times \\ \times \text{arctg} \frac{y \sqrt{r^2 - p^2}}{p \sqrt{y^2 + r^2}} \text{ при } p^2 < r^2, \\ \frac{2}{\sqrt{\chi + 2\theta m + \gamma m^2} p \sqrt{p^2 - r^2}} \times \\ \times \left[\ln(r) - \ln \frac{y \sqrt{p^2 - r^2} + p \sqrt{y^2 + r^2}}{\sqrt{y^2 + p^2}} \right] \\ \text{при } p^2 > r^2. \end{cases}$$

$$I_3 = \frac{-\sqrt{2}(u_{34}^2 + 1) \sqrt{\chi + 2\theta u_{34} + \gamma u_{34}^2}}{(u_{34}^2 + 1)},$$

$$m, n = \frac{\gamma - \chi \pm \sqrt{(\gamma - \chi)^2 + 4\theta^2}}{2\theta},$$

$$p^2 = \frac{n^2 + 1}{m^2 + 1}, \quad r^2 = \left| \frac{\chi + 2\theta n + \gamma n^2}{\chi + 2\theta m + \gamma m^2} \right|, \quad y = \frac{n - u_{34}}{u_{34} - m}.$$

$$d_1 = \frac{\sqrt{2}(m - n)}{m^2 + 1} (\theta - \chi u_{34} + \gamma m - \theta u_{34} m),$$

$$d_2 = \frac{\sqrt{2}(m - n)}{m^2 + 1} (\theta - \chi u_{34} + \gamma n - \theta u_{34} n),$$

$$\gamma = h_* - a_0 + b_0,$$

$$\chi = 3\gamma u_{34}^2 - 4c_0 u_{34} + 2h_* - 2b_0,$$

$$\theta = \gamma u_{34} - c_0.$$

Для случая движения КА с бигармонической моментной характеристикой выражение для параметра D , вычисленного вдоль сепаратрисы, в зависимости от параметров a, b имеет следующий вид [2]

$$1. |b| \leq 0.5|a|: D = 4\sqrt{2b_0} [\sqrt{u_* - 1} +$$

$$+ u_* \text{arctg}(\sqrt{1/(u_* - 1)})],$$

$$u_* = |0.5a/b|, \text{ при } b > 0;$$

$$D = 4\sqrt{-2b_0} [\sqrt{u_* + 1} + u_* \ln((1 + \sqrt{u_* + 1})/\sqrt{u_*})],$$

$$u_* = |0.5a/b|, \text{ при } b < 0;$$

$$D = 8\sqrt{|a_0|}, \text{ при } b = 0 \text{ (синусоидальная)} \quad (20)$$

моментная характеристика);

$$2. b > 0.5|a|, b > 0: D = 4\sqrt{2b_0} [\sin \alpha_* +$$

$$+ (0.5\pi - \alpha_*) \cos \alpha_*], \quad \alpha_* = \arccos(-0.5a/b);$$

$$3. |b| > 0.5|a|, b < 0: D = 4\sqrt{-2b_0} [\sqrt{1 - u_*} -$$

$$- u_* \ln((1 + \sqrt{1 - u_*})/\sqrt{u_*})], \quad u_* = |0.5a/b|.$$

Приравнявая выражение для интеграла действия, описывающего его изменения в процессе спуска (16), выражению интеграла действия, вычисленного вдоль сепаратрисы (18), получим следующее уравнение для определения значения параметра z , при котором происходит переход вращательного движения в колебательное

$$A - B e^{-C(z-1)} = D\sqrt{z}. \quad (21)$$

Выражение для определения параметра z (21) упрощается, если демпфированием на начальном участке входа можно пренебречь. В этом случае

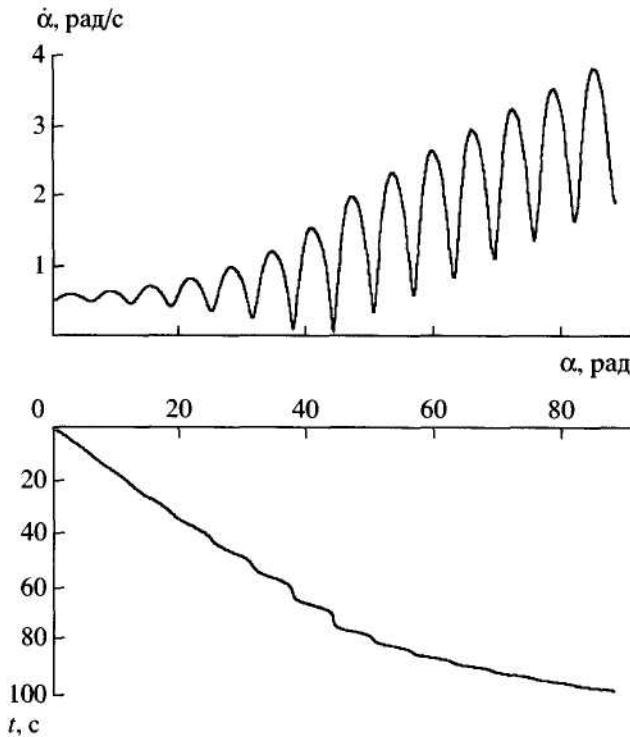


Рис. 5. Плоская авторотация.

изменение интеграла действия в процессе спуска определяется из соотношения (14) по формуле

$$I_g(z) = I_{g0} + \frac{2\pi\xi_0(z-1)}{\beta}. \quad (22)$$

Тогда приравняв выражение (22) к выражению для интеграла, вычисленного на сепаратрисе (18), и разрешая полученное уравнение относительно параметра z , получим

$$z = \left[\left\{ D - \sqrt{D^2 - \frac{8\pi\xi_0}{\beta} \left(I_{g0} - \frac{2\pi\xi_0}{\beta} \right)} \right\} / \left(\frac{4\pi\xi_0}{\beta} \right) \right]^2. \quad (23)$$

Зная величину z , при которой происходит переход вращательного движения в колебательное, и учитывая, что $z = \exp(\beta t)$, можно определить значение времени перехода по формуле

$$t = \ln z / \beta. \quad (24)$$

В случае, когда кривые (16) и (18) не пересекаются, переход вращательного движения в колебательное не происходит, возникает длительное вращение КА (плоская авторотация). На рис. 5 показан случай такого движения (начальные условия движения: $a_0 = -0.02 \text{ c}^{-2}$, $b_0 = -0.005 \text{ c}^{-2}$, $c_0 = -0.005 \text{ c}^{-2}$, $\xi_0 = 0.00087 \text{ c}^{-2}$, $\sigma_0 = -0.00001 \text{ c}^{-1}$, $\alpha_0 = 10 \text{ град}$, $\dot{\alpha}_0 = 30 \text{ град/с}$, $\beta = 0.05 \text{ c}^{-1}$).

Критическую угловую скорость $(\dot{\alpha}_0)_{\text{кр}}$, задаваемую в разряженных слоях атмосферы $\rho(t_0) \approx 0$, при превышении которой возникает плоская авторотация, можно определить из условия касания кривых (16) и (18) при выполнении (17). В этом случае критическая угловая скорость определяется по формуле

$$(\dot{\alpha}_0)_{\text{кр}} = [A - \{A - P/(2C)\} e^{P^2/(4D^2C)}] / (2\pi), \quad (25)$$

где $P = AC - \sqrt{A^2C^2 - 2CD^2}$.

В случае, если демпфированием можно пренебречь, выражение для критической угловой скорости принимает вид

$$(\dot{\alpha}_0)_{\text{кр}} = D^2\beta / (16\pi^2\xi_0). \quad (26)$$

Следует отметить, что в отличие от аналогичных формул для критической угловой скорости, приведенных в [3] в интегральном виде, в формулах (25) и (26) параметр D выражен через элементарные функции (19) и (20). Формулы (25), (26) дают практически точный результат, когда справедливо уравнение для изменения интеграла действия (14), что соответствует большим значениям μ (условие (13)). Случаи, когда значения μ не очень большие, в данной работе не рассматриваются, они подробно исследованы в работе [3], где рассматриваются режимы длительного зависания КА в окрестности неустойчивого положения равновесия, и вычисляется вероятность попадания КА в режим авторотации при малой начальной угловой скорости с учетом случайной начальной фазы по углу α_0 .

Таким образом, найдено решение для угла атаки в невозмущенном вращательном движении КА с малой асимметрией, аэродинамический момент которого описывается рядом Фурье по углу атаки с двумя первыми синусоидальными и первым косинусоидальным членами. Получено аналитическое выражение для интеграла действия, взятого вдоль сепаратрисы, разделяющей вращательную и колебательную области фазового портрета системы. Для возмущенного медленного изменения коэффициентов моментной характеристики, а также наличием и медленным изменением коэффициентов малой асимметрии и демпфирования, получены аналитические формулы для определения времен перехода вращательного движения в колебательное и критической угловой скорости внеатмосферного вращения, при превышении которой вращение аппарата продолжается в течение длительного интервала времени (возникает плоская авторотация).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузмак Г.Е. Динамика неуправляемого движения летательных аппаратов при входе в атмосферу. М.: Наука, 1970.
2. Асланов В.С., Тимбай И.А. Переходные режимы углового движений КА на верхнем участке траектории спуска // Космич. исслед. 1997. Т. 35. № 3. С. 279–286.
3. Ярошевский В.А. Исследование условий возникновения плоской авторотации космического аппарата на этапе входа в атмосферу // Космич. исслед. 2001. Т. 39. № 1. С. 43–50.
4. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
5. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фурфев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977.

Transition of Planar Rotational Motion of an Asymmetric Spacecraft into Oscillatory Motion at Its Reentry into the Atmosphere

E. A. Kenshov and I. A. Timbai

Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract—The motion of a spacecraft with small asymmetry relative to its center of mass is considered. The restoring aerodynamic moment of the spacecraft is described by the Fourier series in terms of the angle of attack with the two first sinusoidal and the first cosinusoidal terms. A solution for the angle of attack in the undisturbed rotational motion is found. The analytical expression is obtained for the integral of action taken along the separatrices that separate the rotational and oscillatory regions of the phase portrait of a system. The transition of the spacecraft's motion from planar rotational to oscillatory is investigated. This transition is caused by a slow variation of moment characteristic coefficients, as well as by the presence of small asymmetry and damping and slow variation of their coefficients. Analytical formulas are obtained for determining the times of transition from rotational to oscillatory motion, as well as for the critical angular velocity of beyond-the-atmosphere rotation. When this critical velocity is exceeded, body rotation proceeds for a long time interval (planar autorotation arises).