

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»**

**ТЕСТЫ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

Часть 1

Самара
2006

УДК 517 (075)

Рецензент: доц., канд. тех. наук Гутман Г.Н.

Карпилова О.М.

Тесты по высшей математике. Часть 1: Метод. указания / *О.М. Карпилова, В.А. Сторожик.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 24с.

Методические указания содержат образцы тестов по следующим разделам высшей математики: пределы, непрерывность, дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных, интегральное исчисление, кратные интегралы, дифференциальные уравнения.

Задания составлены в соответствии с программой по курсу математики для студентов технических вузов. Тесты предназначены для самопроверки и подготовки студентов к тестированию по указанным темам.

Методические указания подготовлены на кафедре высшей математики в рамках инновационной образовательной программы «Развитие центра компетенции и подготовка специалистов мирового уровня в области аэрокосмических и геоинформационных технологий»

УДК 517 (075)

Введение

Процесс обучения включает в себя контроль достигнутых результатов, который направлен на оценку объема полученных знаний, широты и глубины усвоения изучаемого материала, уровня подготовки учащихся.

Современные технологии контроля во многом базируются на тестах, как удобном инструменте для объективной оценки. Тестирование широко используется не только в сфере образования, но и при приеме на работу, для оценки квалификации персонала при аттестации и т.п.

Применение тестов позволяет унифицировать процедуру оценки, так как все тестируемые находятся в одинаковых (стандартных) условиях и используют одинаковые (стандартные) измерительные материалы.

В настоящее время тестирование применяется, в частности, при проведении выпускных экзаменов в средней школе в виде ЕГЭ. Однако, тесты, используемые для оценки знаний, полученных в ВУЗе, несколько отличаются от привычных вопросов ЕГЭ. В частности, тесты по математике ориентированы не только на контроль вычислительных навыков и проверку усвоения основных формул и алгоритмов, но и на оценку степени понимания теоретического материала.

Данное пособие позволяет познакомиться с образцами тестов по высшей математике. Оно предназначено для самостоятельной работы студентов с целью подготовки к тестированию, а также для самопроверки.

В брошюре представлены тестовые задания двух видов: в закрытой форме, содержащие вопрос и несколько вариантов ответа, из которых нужно выбрать правильные (причем верных ответов может быть несколько!), и в открытой форме, состоящие только из вопроса; в этом случае правильный ответ записывает сам тестируемый. При проведении тестирования на компьютере для закрытых тестовых заданий надо просто отметить (с помощью «мышки») верные варианты ответа, а для открытых заданий ответ в виде числа, буквы или слова вводится с клавиатуры.

Часть 1 содержит образцы тестов по следующим разделам: пределы, непрерывность, дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных, интегральное исчисление, кратные интегралы, дифференциальные уравнения. Уровень сложности тестов рассчитан на стандартную программу по высшей математике для технических специальностей. Все тесты снабжены правильными ответами, что позволяет студентам самостоятельно оценить свои знания.

Пособие подготовлено на кафедре высшей математики СГАУ в рамках реализации инновационной образовательной программы «Развитие центра компетенции и подготовка специалистов мирового уровня в области аэрокосмических и геоинформационных технологий».

1 Пределы

1.1. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$.

1.2. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

1.3. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$.

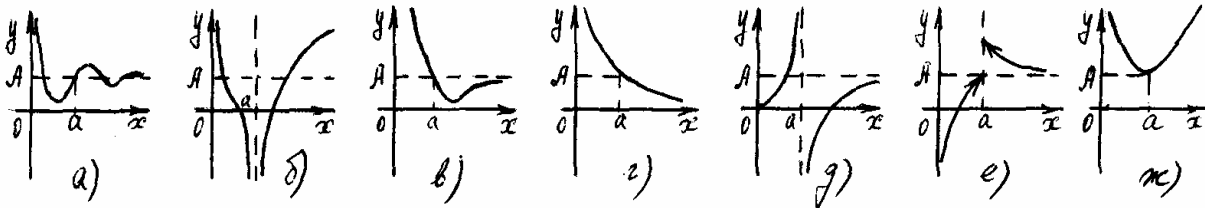


Рисунок 1.1.

1.4. Указать ВСЕ утверждения, справедливые для графика функции, изображенного на рис. 1.2:

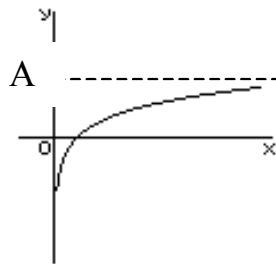


Рисунок 1.2.

- а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$;
 г) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$; д) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$; е) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$.

1.5. Если $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$, то $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ равен

- а) 3; б) -3; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.6. Если $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$, то $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$ равен

- а) 3; б) -3; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.7. Если $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$, то $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$ равен

- а) 3; б) -3; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.8. Если $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ и $f(x)$ – четная, то $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ равен

- а) 3; б) -3; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.9. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \sin \frac{1}{x - 2}$.

- а) 1; б) -1; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.10. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x - 2)}{x - 2}$.

- а) 1; б) -1; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.11. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x - 2)}{x - 2}$.

- а) 1; б) -1; в) 0; г) ∞ ; д) не существует.

1.12. Дано $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1\,000\,000\,000$. Указать ВСЕ верные утверждения:

а) $f(x)$ ограничена в окрестности точки $x = 2$;

б) $f(x)$ – бесконечно большая при $x \rightarrow 2$;

в) $\frac{f(x)}{2} \rightarrow 500\,000\,000$ при $x \rightarrow 2$;

г) $\frac{1}{f(x)}$ – бесконечно малая при $x \rightarrow 2$.

1.13. Известно, что при $x \rightarrow 0$ $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые и $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1000$. Какое из следующих утверждений верно при $x \rightarrow 0$?

а) $\alpha(x) \sim \beta(x)$;

б) $\alpha(x)$ более высокого порядка малости, чем $\beta(x)$;

в) $\alpha(x)$ более низкого порядка малости, чем $\beta(x)$;

г) $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ одного порядка малости.

1.14. Известно, что при $x \rightarrow 0$ бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ эквивалентны ($\alpha(x) \sim \beta(x)$), Какое из следующих утверждений верно при $x \rightarrow 0$?

а) $\alpha(x)$ более высокого порядка малости, чем $\beta(x)$;

б) $\alpha(x)$ более низкого порядка малости, чем $\beta(x)$;

в) $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ одного порядка малости;

г) $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ нельзя сравнивать.

1.15. При $x \rightarrow 1$ указать ВСЕ верные утверждения:

а) $\sin x \sim x$; б) $\sin(x - 1) \sim (x - 1)$;

в) $\sin(x + 1) \sim (x + 1)$; г) $\sin(1/x) \sim (1/x)$.

1.16. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} - \frac{4}{n^2} + \dots - \frac{2n}{n^2} \right) \cdot (n + 1)$.

- а) 1; б) -1; в) 0; г) ∞ ; д) 1/2.

2. Непрерывность

2.1. Среди графиков, приведенных на рис. 2.1, указать ВСЕ, на которых функция имеет в точке a разрыв второго рода.

2.2. Среди графиков, приведенных на рис. 2.1, указать ВСЕ, на которых функция имеет в точке a разрыв первого рода.

2.3. Среди графиков, приведенных на рис. 2.1, указать ВСЕ, на которых функция непрерывна в точке a :

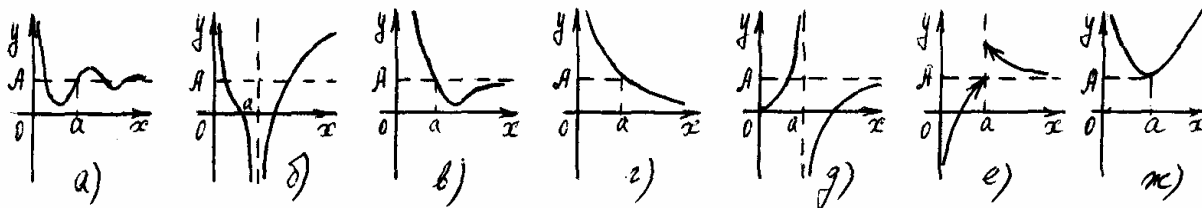


Рисунок 2.1

2.4. Известно, что $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 18$. Какое из утверждений верно?

- а) c – точка неустранимого разрыва первого рода;
- б) c – точка устранимого разрыва первого рода;
- в) c – точка разрыва второго рода;
- г) c – точка непрерывности.

2.5. Известно, что $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$; $f(c) = -5$. Какое из утверждений верно?

- а) c – точка неустранимого разрыва первого рода;
- б) c – точка устранимого разрыва первого рода;
- в) c – точка разрыва второго рода;
- г) c – точка непрерывности.

2.6. Укажите, в каком случае в точке c функция имеет устранимый разрыв:

- а) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$; $f(c) = 0$;
- б) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 5$; $f(c) = 5$;
- в) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -\infty$;
- г) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$; $f(c) = -5$.

2.7. Известно, что $f(x)$ – непрерывная функция. Какое из следующих утверждений верно?

- а) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = 1$; б) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = 0$;
- в) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = \infty$; г) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = -\infty$.

2.8. Функция $f(x)$ имеет устранимый разрыв в точке $x=2$ и $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 1$. Тогда $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x)$ равен

- а) 1; б) -1; в) 0; г) ∞ ; д) другой ответ.

2.9. Известно, что $f(x)$ и $g(x)$ – непрерывны в точке $x=1$; $f(1) \neq 0$; $g(1) = 0$. Указать ВСЕ функции непрерывные в точке $x=1$:

- а) $f(x)+g(x)$; б) $\frac{f(x)+g(x)}{x-1}$; в) $f(x)g(x)$; г) $\frac{x-1}{f(x)g(x)}$; д) $\frac{1}{f(x)} + g(x)$.

2.10. Указать ВСЕ функции непрерывные в точке $x=1$:

- а) $\sin(x-1)$; б) $\frac{x-1}{\sin x}$; в) $\frac{\sin x}{x-1}$; г) $\frac{\sin x}{x} - 1$; д) $\sin \frac{1}{x-1}$.

2.11. Указать, на каком из данных отрезков уравнение $\lg(x+2) + x = 0$ имеет действительный корень:

- а) $[-1; 0]$; б) $[0; 1]$; в) $[1; 2]$; г) $[2; 3]$;
д) уравнение вообще не имеет действительных решений

3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

3.1. Какое из нижеперечисленных предложений определяет производную функции (когда приращение аргумента стремится к нулю)?

- а) Отношение приращения функции к приращению аргумента;
б) Предел отношения функции к приращению аргумента;
в) Отношение функции к пределу аргумента;
г) Отношение предела функции к аргументу;
д) Предел отношения приращения функции к приращению аргумента.

3.2. Первая производная функции показывает

- а) скорость изменения функции;
б) направление функции;
в) приращение функции;
г) приращение аргумента функции.

3.3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке, равен

- а) отношению значения функции к значению аргумента в этой точке;
б) значению производной функции в этой точке;
в) значению дифференциала функции в этой точке;
г) значению функции в этой точке;
д) значению тангенса производной функции в этой точке.

3.4. На рисунке 3.1 изображен график функции $y = f(x)$. Тогда производная $f'(x)$ это ...

- а) TK/MK ; б) NK/MK ; в) NK ; г) MK/TK ; д) MN/MK ; е) MN .

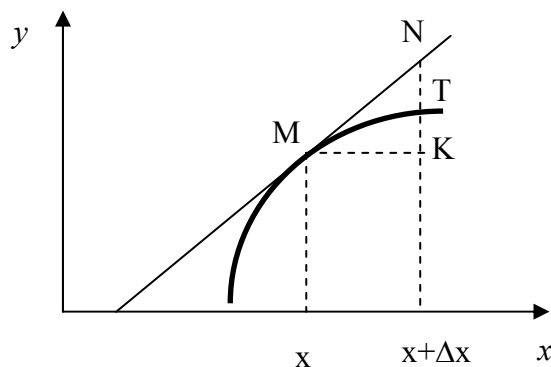


Рисунок 3.1

3.5. На рисунке 3.2 изображен график функции $y = f(x)$. Найдите значение $f'(1,5)$.

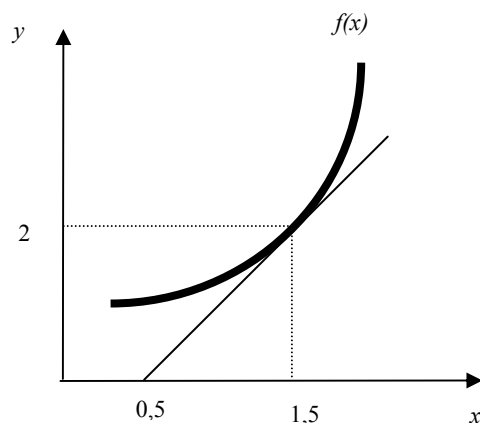


Рисунок 3.2

3.6. Укажите функции, для которых существует конечная производная в каждой точке числовой оси:

- а) $y = \ln x$; б) $y = |\sin x|$; в) $y = x^3$; г) $y = 3^x$; д) $y = \sqrt[3]{x}$.

3.7. Укажите ВСЕ верные утверждения: если функция дифференцируема в некоторой точке, то в этой точке ...

- а) функция не определена;
 б) можно провести касательную к графику функции;
 в) нельзя провести касательную к графику функции;
 г) функция непрерывна;
 д) функция имеет экстремум.

3.8. Дифференциал функции равен

- а) отношению приращения функции к приращению аргумента;
 б) произведению приращения функции на приращение аргумента;
 в) произведению производной на приращение аргумента;

- г) приращению функции;
- д) приращению аргумента.

3.9. Дифференциал постоянной равен...

- а) этой постоянной;
- б) произведению данной постоянной на величину Δx ;
- в) бесконечно большой величине;
- г) нулю;
- д) невозможно определить.

3.10. На рисунке 3.3 изображен график функции $y = f(x)$. Какой отрезок на этом рисунке соответствует дифференциалу dy ?

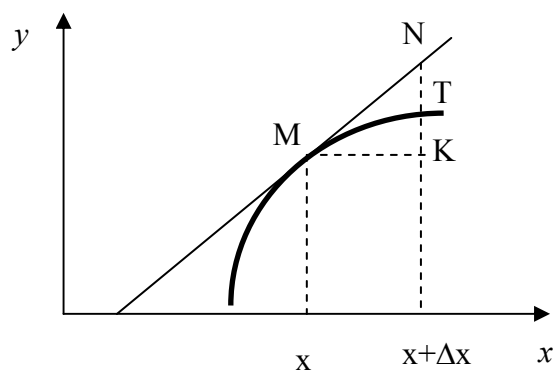


Рисунок 3.3

- а) ТК; б) NK; в) NT; г) МК; д) MN; е) другой ответ.

3.11. Какое из следующих утверждений верно для любой линейной функции:

- а) дифференциал функции равен приращению функции;
- б) дифференциал функции равен приращению аргумента;
- в) дифференциал функции – это постоянная величина;
- г) дифференциал функции равен производной этой функции.

3.12. Какое из следующих утверждений верно для нелинейной функции:

- а) дифференциал функции равен производной этой функции;
- б) дифференциал функции равен приращению аргумента;
- в) дифференциал функции равен части приращения функции;
- г) дифференциал функции – это постоянная величина.

3.13. Если функция $y(x)$ непрерывна на $[a;b]$, дифференцируема на $(a;b)$ и $y(a) = y(b)$, то на $(a;b)$ можно найти хотя бы одну точку, в которой :

- а) функция не определена;
- б) производная функции не существует;
- в) нельзя провести касательную к графику функции;
- г) производная функции обращается в ноль.

3.14. **Функция $y = x^3 + x \dots$**

- а) возрастает на $(-\infty; 0)$, убывает на $(0; +\infty)$;
- б) убывает на $(-\infty; 0)$, возрастает на $(0; +\infty)$;
- в) всюду убывает;
- г) всюду возрастает;
- д) другой ответ.

3.15. **Функция $y = \frac{1}{x^3} - 3x$ убывает на**

- а) $(3; +\infty)$;
- б) $(0; 1/3)$;
- в) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
- г) $(-\infty; +\infty)$;
- д) нигде;
- е) другой ответ.

3.16. **Сколько точек перегиба имеет функция $y = x^4 + 4x$?**

- а) ни одной;
- б) одну;
- в) две;
- г) три;
- д) больше трех.

3.17. **Какой из графиков на рисунке 3.4 соответствует функции $y = f(x)$, удовлетворяющей условиям $f'(x) < 0; f''(x) > 0$?**

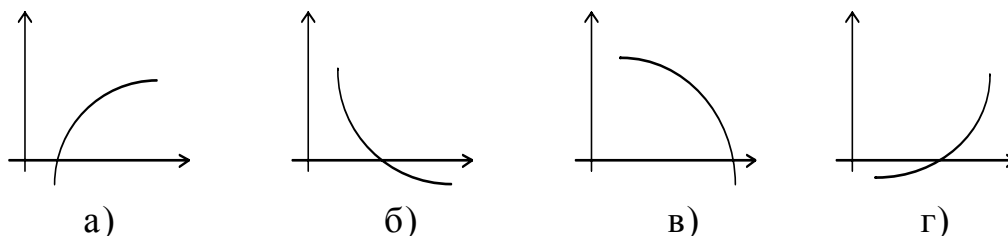


Рисунок 3.4

3.18. **Какому условию удовлетворяет функция, график которой изображен на рисунке 3.5?**

- а) $f'(x) > 0; f''(x) > 0$;
- б) $f'(x) > 0; f''(x) < 0$;
- в) $f'(x) < 0; f''(x) > 0$;
- г) $f'(x) < 0; f''(x) < 0$.

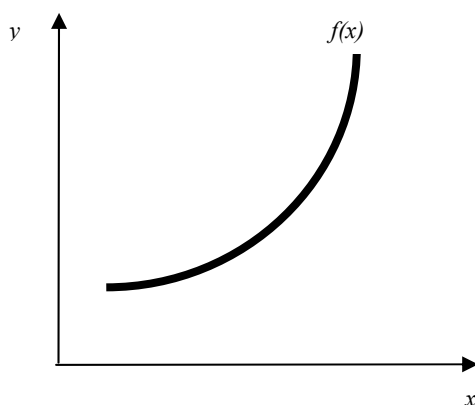


Рисунок 3.5

3.19. **Укажите точки экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции $y(x)$, если $y' = (x+1)^2(x-2)$:**

- а) $x = 2$ – точка *max*;
- б) $x = 2$ – точка *min*;
- в) $x = -1$ – точка *max*;
- г) $x = -1$ – точка *min*;
- д) точек экстремума нет.

3.20. Указать точки на $(a; b)$, в которых функция, изображенная на рисунке 3.6, не дифференцируема.

3.21. Указать точки, в которых функция, изображенная на рисунке 3.6, имеет максимум.

3.22. Указать точки на $[a; b]$, в которых функция, изображенная на рисунке 3.6, принимает наименьшее значение.

3.23. Указать точки на $(a; b)$ в которых производная функции, изображенной на рисунке 3.6, обращается в ноль.

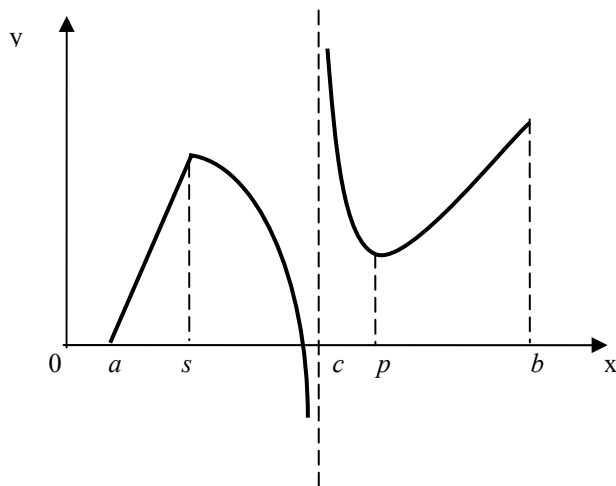


Рисунок 3.6

3.24. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выбрать достаточное условие убывания:

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| а) $f'(x) > 0$; | б) $f'(x) < 0$; | в) $f''(x) > 0$; |
| г) $f''(x) < 0$; | д) $f'(x) = 0$; | е) $f''(x) = 0$. |

3.25. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выбрать достаточное условие выпуклости (выпуклости вверх):

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| а) $f'(x) > 0$; | б) $f'(x) < 0$; | в) $f''(x) > 0$; |
| г) $f''(x) < 0$; | д) $f'(x) = 0$; | е) $f''(x) = 0$. |

3.26. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выбрать необходимое условие точки перегиба:

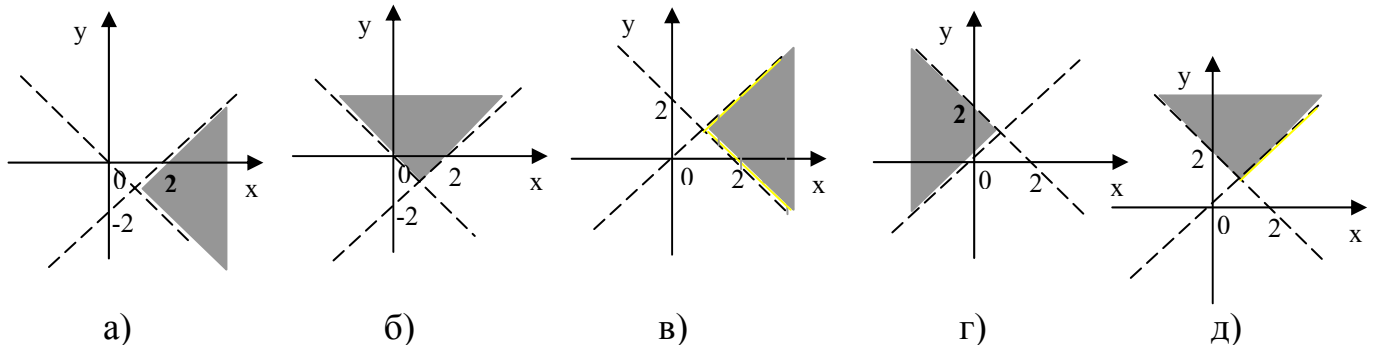
- | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|
| а) $f'(x_0) > 0$; | б) $f'(x_0) < 0$; | в) $f''(x_0) > 0$; |
| г) $f''(x_0) < 0$; | д) $f'(x_0) = 0$; | е) $f''(x_0) = 0$. |

3.27. Найти $f'(-1)$, если $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+10)$.

- | | | | | |
|--------|---------|--------|---------|-------|
| а) 18; | б) -18; | в) 9!; | г) -9!; | д) 0. |
|--------|---------|--------|---------|-------|

4. Функции нескольких переменных

4.1. На каком из рисунков изображена область определения функции $z = \frac{\ln(2-x+y)}{\sqrt{x+y}}$?



4.2. Функция нескольких переменных является дифференцируемой, если

- а) существует полное приращение функции;
- б) существует полный дифференциал функции;
- в) функция непрерывна по всем аргументам;
- г) частная производная по одной из переменных равна нулю;
- д) частная производная по одной из переменных не существует.

4.3. Указать полное приращение функции $f(x;y)$:

- а) $f(x+\Delta x;y) - f(x;y)$;
- б) $f(x;y+\Delta y) - f(x;y)$;
- в) $f(x+\Delta x;y+\Delta y) - f(x;y)$;
- г) $f(x+\Delta x;y+\Delta y)$
- д) $f'_x \Delta x$;
- е) $f'_y \Delta y$.

4.4. Указать частное приращение функции $f(x;y)$ по переменной y :

- а) $f(x+\Delta x;y) - f(x;y)$;
- б) $f(x;y+\Delta y) - f(x;y)$;
- в) $f(x+\Delta x;y+\Delta y) - f(x;y)$;
- г) $f(x+\Delta x;y+\Delta y)$
- д) $f'_x \Delta x$;
- е) $f'_y \Delta y$.

4.5. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \ln(x + y^2)$.

- а) $\frac{-2y}{(x+y^2)^2}$;
- б) $\frac{2y}{(x+y^2)^2}$;
- в) $\frac{2x-2y^2}{(x+y^2)^2}$;
- г) 0 ;
- д) $\frac{2y}{x+y^2}$;
- е) другой ответ.

4.6. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$, если $u = ze^{xy}$.

- а) ye^{xy} ;
- б) $e^{xy} + xye^{xy}$;
- в) xye^{xy} ;
- г) e^{xy} ;
- д) xe^{xy} ;
- е) другой ответ.

4.7. Зная, что $d^2z = -\frac{1}{x}dx^2 + \frac{2}{y}dxdy - \frac{x}{y^2}dy^2$, найти z''_{xy} .

- а) $-\frac{1}{x}$; б) $-\frac{x}{y^2}$; в) $\frac{2}{y}$; г) $\frac{1}{y}$; д) $-\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}$; е) другой ответ.

4.8. Чтобы найти стационарную точку функции $z = f(x, y)$, надо решить систему:

- а) $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases}$; б) $\begin{cases} f'_x = 1 \\ f'_y = 1 \end{cases}$; в) $\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ df(x, y) = 0 \end{cases}$; г) $\begin{cases} f'_x > 0 \\ f'_y < 0 \end{cases}$; д) $\begin{cases} f'_x < 0 \\ f'_y > 0 \end{cases}$.

4.9. Стационарной точкой функции $z = x^2 + xy + y^2 + 3y + 4$ является

- а) (0; 0); б) (1; 2); в) (1; -2); г) (2; -1);
д) (-2; 1); е) (2; 1); ж) другой ответ.

4.10. В стационарной точке P функции нескольких переменных $u = f(x_1, \dots, x_n)$ ее полный первый дифференциал du удовлетворяет условию

- а) $du(P) = 0$; б) $du(P) > 0$; в) $du(P) < 0$; г) $du(P)$ не существует.

4.11. Если для функции $f(x, y)$ справедливо $f'_x(x_0; y_0) = f'_y(x_0; y_0) = 0$, то можно утверждать, что

- а) $(x_0; y_0)$ – точка экстремума функции;
б) $(x_0; y_0)$ – стационарная точка функции;
в) $(x_0; y_0)$ – точка разрыва функции;
г) $(x_0; y_0)$ – граничная точка функции.

4.12. Если точка $M_0(x_0; y_0)$ является точкой экстремума функции $z = f(x, y)$, то верно что

- а) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$; б) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 1$;
в) $f'_x(x_0, y_0) < f'_y(x_0, y_0) < 0$; г) $f'_x(x_0, y_0) > f'_y(x_0, y_0) > 0$;
д) $f'_x(x_0, y_0) \neq f'_y(x_0, y_0)$.

4.13. Если непрерывная в замкнутой области D функция $z = f(M)$ принимает в точке P наибольшее значение, но P не является точкой максимума функции, то можно утверждать, что

- а) P – точка экстремума функции;
б) P – внутренняя точка функции;
в) P – точка разрыва функции;
г) P – граничная точка функции.

4.14. Для отыскания условного экстремума функции нескольких переменных можно применять (указать ВСЕ варианты)

- а) правило Лопиталья; б) метод множителей Лагранжа;
в) метод Рунге-Кутты; г) метод логарифмического дифференцирования;
д) метод сведения к безусловному экстремуму (метод подстановки).

5. Интегральное исчисление

Неопределенный интеграл и его свойства

5.1. Среди перечисленных функций указать ВСЕ, которые являются первообразными для функции $y = \frac{2}{\cos^2 2x}$:

- а) $\operatorname{tg} 2x$ б) $\operatorname{ctg} 2x$ в) $-\operatorname{tg} 2x$ г) $-\operatorname{ctg} 2x$
д) $2\operatorname{tg} 2x$ е) $2\operatorname{ctg} 2x$ ж) $\operatorname{tg} 2x + 2$ з) $2 - \operatorname{ctg} 2x$

5.2. Среди перечисленных функций указать ВСЕ, которые являются первообразными для функции $y = \ln x$:

- а) $1/x$; б) $x \ln x - x$; в) $x \ln x + x$;
г) $x \ln x + 3$; д) $2 + x \ln x - x$; е) $(1/x) + C$.

5.3. Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$, то $\int 2f(3x)dx$ равен

- а) $2F(3x)+C$; б) $6F(3x)+C$; в) $(2/3)F(3x)+C$;
г) $(3/2)F(3x)+C$; д) $F(6x)+C$.

5.4. Среди перечисленных интегралов укажите ВСЕ, которые вычисляются с помощью формулы интегрирования по частям:

- а) $\int \cos^3 x dx$; б) $\int x \cos x dx$; в) $\int x \cos x^2 dx$; г) $\int x e^x dx$;
д) $\int x e^{x^2} dx$; е) $\int x \ln x dx$; ж) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

5.5. Среди перечисленных интегралов укажите ВСЕ, которые вычисляются методом «внесения под знак дифференциала»:

- а) $\int \cos^3 x dx$; б) $\int x \cos x dx$; в) $\int x \cos x^2 dx$; г) $\int x e^x dx$;
д) $\int x e^{x^2} dx$; е) $\int x \ln x dx$; ж) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

5.6. К какому виду преобразуется интеграл $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x+6}}$ после подстановки $x + 6 = t^2$?

- а) $\int \frac{2dt}{t^2 + t}$; б) $\int \frac{2t}{t^2 + t - 6} dt$; в) $\int \frac{2dt}{t^2 + t + 6}$; г) $\int \frac{2dt}{t^2 + 6}$.

5.7. Если $f(x)$ – первообразная для $g(x)$, то $\int f'(x) \cdot g'(x) dx$ равен

- а) $f(x)g(x)+C$; б) $f^2(x)+C$; в) $(1/2)g^2(x)+C$; г) $g^2(x)+C$; д) 0 .

Определенный интеграл и его свойства

5.8. Зная, что $\int_0^2 f(x)dx = 3$, вычислить $\int_0^2 (1 - 2f(x))dx$.

5.9. Зная, что $\int_2^4 f(x)dx = 3$, $\int_2^1 f(x)dx = 1$, вычислить $\int_1^4 f(x)dx$.

5.10. Зная, что $\int_0^2 f(x)dx = 3$ и $f(x)$ – четная, вычислить $\int_{-2}^0 f(x)dx$.

5.11. Вычислить 1) $\int_1^2 \frac{1-x^2}{x^2} dx$;
2) $\int_0^5 (2 - \frac{1}{\sqrt{x+4}}) dx$.

5.12. Вычислить $\int_{-3}^3 x\sqrt{1+\sin^2 x} dx$.

5.13.* Вычислить $\int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2} dx$.

5.14.* Вычислить $\int_{-1}^0 f(x) dx$, если $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & \text{при } x \in [-1; -\frac{1}{\sqrt{2}}) \\ -x, & \text{при } x \in [-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0] \end{cases}$.

а) π ; б) $-\pi$; в) $\pi/2$; г) $-\pi/2$; д) $\pi/8$; е) $-\pi/8$; ж) другой ответ.

5.15. Найти $\Phi'(x)$, если $\Phi(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$.

а) $2x\sin(x^2)$; б) $2x\cos(x^2)$; в) $\sin(x^2)$;
г) $\cos(x^2)$; д) $\sin(x^2)dx$; е) $\cos(x^2) - 1$.

5.16. Не вычисляя интегралов, выяснить, какой из них имеет наибольшее значение:

а) $\int_{1/2}^1 \sin x dx$; б) $\int_{1/2}^1 \lg x dx$; в) $\int_{1/2}^1 x^2 dx$; г) $\int_{1/2}^1 x dx$.

* Указание. Воспользуйтесь геометрическим смыслом определенного интеграла

5.17. Если на $[1;4]$ $2 \leq f(x) \leq 3$, то выполняется неравенство

а) $6 \leq \int_1^4 f(x)dx \leq 9$; б) $2 \leq \int_1^4 f(x)dx \leq 3$; в) $8 \leq \int_1^4 f(x)dx \leq 12$;

г) $0 \leq \int_1^4 f(x)dx \leq 12$; д) $10 \leq \int_1^4 f(x)dx \leq 15$; е) другой ответ.

5.18. Функция $f(x)$ непрерывна на $[1;4]$ и на этом отрезке ее наибольшее значение $f_{\text{наиб}} = 5$ и наименьшее значение $f_{\text{наим}} = 2$. Из предложенных неравенств выберите ВСЕ верные:

а) $\int_1^4 f(x)dx \leq 15$; б) $\int_1^4 f(x)dx \geq 6$; в) $\int_1^4 f(x)dx \leq 5$;

г) $\int_1^4 f(x)dx \geq 20$; д) $\int_1^4 f(x)dx \geq 0$.

Геометрические приложения определенного интеграла

5.19. Если на рисунке 5.1 дуга АВ – это график функции $y = f(x)$, то площадь заштрихованной фигуры вычисляется по формуле

а) $\int_a^c f(x)dx$; б) $\pi \int_a^c (f(x))^2 dx$; в) $\int_a^c \sqrt{1 + (f'_x)^2} dx$;

г) $\int_{t_a}^{t_c} f(t)g'(t)dt$; д) $\pi \int_{t_a}^{t_c} (f(t))^2 g'(t)dt$; е) $\int_{t_a}^{t_c} \sqrt{(f'_t)^2 + (g'_t)^2} dt$.

5.20. Если на рисунке 5.1 дуга АВ – это график параметрически заданной функции $y = f(t)$; $x = g(t)$, $t \in [t_a; t_c]$, то длина этой дуги вычисляется по формуле

а) $\int_a^c f(x)dx$; б) $\pi \int_a^c (f(x))^2 dx$; в) $\int_a^c \sqrt{1 + (f'_x)^2} dx$;

г) $\int_{t_a}^{t_c} f(t)g'(t)dt$; д) $\pi \int_{t_a}^{t_c} (f(t))^2 g'(t)dt$; е) $\int_{t_a}^{t_c} \sqrt{(f'_t)^2 + (g'_t)^2} dt$.

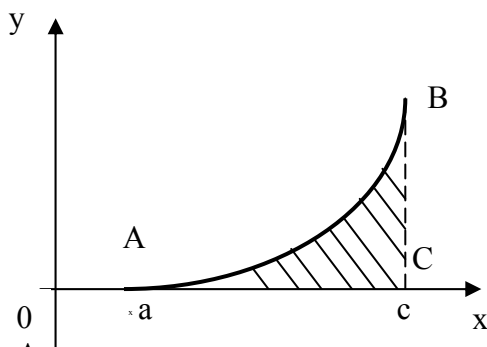


Рисунок 5.1

Несобственные интегралы

5.21. Среди перечисленных интегралов указать **ВСЕ** расходящиеся:

а) $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{(x-2)^4}$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^4}$; в) $\int_0^{+\infty} \sin 5x dx$; г) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$; д) $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$.

5.22. Известно, что $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$. Выяснить, сходится ли интеграл

$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x+1}} - 1}$. Если, да, то вычислить его.

6. Кратные интегралы

6.1. Укажите **ВСЕ** формулы, которые применяют для вычисления объема тела V в различных системах координат:

а) $\iiint_V d\rho d\varphi dz$; б) $\iiint_V \rho d\rho d\varphi dz$;
в) $\iiint_V r \sin \theta dr d\theta d\varphi$; г) $\iiint_V r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$;
д) $\iiint_V dx dy dz$; е) $\iiint_V r^2 \sin \theta \cos \varphi dr d\theta d\varphi$.

6.2. В какой системе координат при вычислении тройного интеграла элемент объема $dv = \rho d\rho d\varphi dz$:

- а) в декартовой; б) в цилиндрической; в) в сферической;
г) в полярной; д) в гармонической.

6.3. Как записывается уравнение сферы радиуса a с центром в начале координат в сферической системе координат?

а) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$; б) $r^2 + z^2 = a^2$; в) $r = a$; г) $r = a^2$; д) $r^2 \sin \theta = a$.

6.4. Если плотность $\gamma = x+y+z$, то масса пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $x+y+z=4$, вычисляется по формуле:

а) $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} (x+y+z) dz$; б) $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} (x+y+z) dz$;
в) $\int_0^4 x dx + \int_0^4 y dy + \int_0^4 z dz$; г) $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 4 dz$; д) $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} 4 dz$.

6.5. В цилиндрической системе координат объем параболоида, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$ и $z = 4$, равен

а) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$; б) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$;
 в) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_0^4 dz$; г) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-2}^2 \rho d\rho \int_0^{\rho^2} dz$.

6.6. Укажите ВСЕ формулы, которые применяют для вычисления площади плоской фигуры в различных системах координат:

а) $\iint_D d\rho d\varphi$; б) $\iint_D \rho d\rho d\varphi$; в) $\iint_D \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi$;
 г) $\iint_D dx dy$; д) $\iint_D xy dx dy$.

6.7 На рисунке 6.1 заштрихована область D: $x^2 + y^2 \leq 4$; $y \geq -x$; $y \geq 0$.

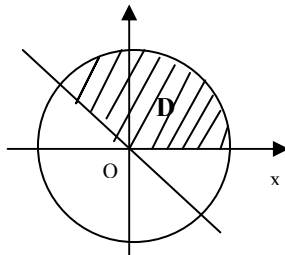


Рисунок 6.1

Площадь области D (в полярной системе координат) равна

а) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 d\rho$; б) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho$; в) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 y d\rho$;
 г) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 \rho^2 \sin \varphi d\rho$; д) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_{-2}^2 \rho^2 d\rho$; е) $\int_{-1}^2 d\varphi \int_0^2 \rho^2 \sin \varphi d\rho$.

6.8. На рисунке 6.1 заштрихована область D: $x^2 + y^2 \leq 4$; $y \geq -x$; $y \geq 0$.

Если плотность плоской пластинки D задается формулой $\gamma(x,y) = y$, то масса этой пластинки (в полярной системе координат) равна

а) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 d\rho$; б) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho$; в) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 y d\rho$;
 г) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_0^2 \rho^2 \sin \varphi d\rho$; д) $\int_0^{3\pi/4} d\varphi \int_{-2}^2 \rho^2 d\rho$; е) $\int_{-1}^2 d\varphi \int_0^2 \rho^2 \sin \varphi d\rho$.

6.9. Вычислить $\iint_D x e^{-x^8 + y^8} dx dy$, если область D: $y \geq x^2$; $y \leq 1$.

а) 1 ; б) -1 ; в) 5 ; г) e ; д) 0.

7. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка

7.1. Укажите тип дифференциального уравнения $(2x+1)y' + y = x$:

- а) с разделяющимися переменными; б) однородное;
в) линейное; г) Бернулли;
д) в полных дифференциалах; е) другой тип.

7.2. Укажите общее решение дифференциального уравнения $(2x+1)dy + y^2 dx = 0$:

- а) $y = 2 \ln |2x+1| + C$; б) $y = \ln |2x+C|$; в) $y = \frac{-1}{2x-C}$;
г) $y = \frac{2}{\ln |2x+1| + C}$; д) $y = \frac{1}{\ln |2x+1|}$; е) $y = 3 \ln |x|$.

7.3. Укажите частное решение дифференциального уравнения $y' + 2y = 4$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 5$:

- а) $y = e^{-2x} + 5$; б) $y = \ln |C - 2x|$; в) $y = 5 - 2x$;
г) $y = 3e^{-2x} + 2$; д) $y = e^{C-2x} + 2$; е) $y = 5e^{2x}$.

7.4. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение с разделяющимися переменными:

- а) $2xyy' - y^2 + x = 0$; б) $y' + y \cos x = 0$; в) $(1-x)(y' + y) = e^{-x}$;
г) $xy' = y(1 + \ln x - \ln y)$; д) $xy'' = y'$.

7.5. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите однородное уравнение:

- а) $2xyy' - y^2 + x = 0$; б) $y' + y \cos x = 0$; в) $(1-x)(y' + y) = e^{-x}$;
г) $xy' = y(1 + \ln x - \ln y)$; д) $xy'' = y'$.

7.6. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите линейное уравнение:

- а) $2xyy' - y^2 + x = 0$; б) $y' + \sqrt{xy} = 0$; в) $(1-x)(y' + y) = e^{-x}$;
г) $xy' = y(1 + \ln x - \ln y)$; д) $xy'' = y'$.

7.7. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение с разделяющимися переменными:

- а) $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$; б) $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$;
в) $(x - y^2)dx + 2xydy = 0$; г) $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$;
д) $(x^2 + y)dx - xdy = 0$.

7.8. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение Бернулли:

- а) $(x^2 + y)dx - xdy = 0$; б) $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$;
в) $(x - y^2)dx + 2xydy = 0$; г) $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$.

7.9. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение в полных дифференциалах:

- а) $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$; б) $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$;
в) $(x - y^2)dx + 2xydy = 0$; г) $(xy^2 + x)dx - (x^2y - y)dy = 0$;
д) $(x^2 + y)dx - xdy = 0$.

7.10. Укажите частное решение дифференциального уравнения $xy' = 1$:

- а) $y = \ln|x| + C$; б) $y = \ln|x + C|$; в) $y = \ln|x|$;
г) $y = e^{Cx}$; д) $y = 2\ln|x|$; е) $y = \ln|x + 1|$.

7.11. Укажите общее решение дифференциального уравнения $xy' = 1$:

- а) $y = \ln|x| + C$; б) $y = \ln|x + C|$; в) $y = \ln|x|$;
г) $y = e^{Cx}$; д) $y = 2\ln|x|$; е) $y = \ln|x + 1|$.

Дифференциальные уравнения второго порядка

7.12. Среди приведенных дифференциальных уравнений укажите ВСЕ, порядок которых можно понизить подстановкой $y' = z(x)$:

- а) $y'' = y' + x$; б) $y'' = y' + y$; в) $y''y'y = y^2 + 1$;
г) $y''y'x = x^2 + 1$; д) $y'y = 2$.

7.13. Среди приведенных дифференциальных уравнений укажите ВСЕ, порядок которых можно понизить подстановкой $y' = p(y)$:

- а) $y'' = y' + x$; б) $y'' = y' + y$; в) $y''y'y = y^2 + 1$;
г) $y''y'x = x^2 + 1$; д) $y'y = 2$.

7.14. Какое уравнение получится после понижения порядка дифференциального уравнения $y'' = (y')^2 + y$?

- а) $\frac{dp}{dy} = p^2 + y$; б) $\frac{dp}{dy} = p + \frac{y}{p}$; в) $\frac{dz}{dx} = z^2 + x$;
г) $\frac{dz}{dx} = z + \frac{x}{z}$; д) $\frac{dy}{dx} = y + 1$.

7.15. Какое уравнение получится после понижения порядка дифференциального уравнения $y'' = (y')^2 + x$?

- а) $\frac{dp}{dy} = p^2 + y$; б) $\frac{dp}{dy} = p + \frac{y}{p}$; в) $\frac{dz}{dx} = z^2 + x$;
г) $\frac{dz}{dx} = z + \frac{x}{z}$; д) $\frac{dy}{dx} = y + 1$.

7.16. Укажите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$:

- а) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$; б) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$; в) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$;
г) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$; д) $y = C e^{2x}$ е) другой ответ.

7.17. Укажите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$:

- а) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$; б) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$; в) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$;
г) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$; д) $y = C_1 + C_2 e^{-2x}$; е) другой ответ.

7.18. Укажите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$

- а) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$; б) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$; в) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$;
г) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$; д) $y = C e^{2x}$ е) другой ответ.

7.19. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 10$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

- а) $\bar{y} = Ax + B$; б) $\bar{y} = Ax^2 + Bx + C$; в) $\bar{y} = 10x$; г) $\bar{y} = A$;
д) $\bar{y} = x + 10$; е) $\bar{y} = Ax$; ж) другой ответ.

7.20. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 4y = 10x^2 + 1$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

- а) $\bar{y} = Ax + B$; б) $\bar{y} = Ax^2 + Bx + C$; в) $\bar{y} = 10x$; г) $\bar{y} = A$;
д) $\bar{y} = x + 10$; е) $\bar{y} = Ax$; ж) другой ответ.

7.21. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y = 3 \cos 2x$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

- а) $\bar{y} = e^x (A \cos 2x + B \sin 2x)$; б) $\bar{y} = x (A \cos 2x + B \sin 2x)$;
в) $\bar{y} = (Ax + B) \cos 2x + C \sin 2x$; г) $\bar{y} = A \cos 2x + B \sin 2x$;
д) $\bar{y} = (Ax + B) \cos 2x + (Cx + D) \sin 2x$; е) другой ответ.

7.22. Укажите вид частного решения дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + p_1 y' + p_2 y = 2x e^x$, если известны корни характеристического уравнения $k_1 = 1$; $k_2 = 1$:

- а) $\bar{y} = Ax + B$; б) $\bar{y} = (Ax + B)e^x$; в) $\bar{y} = (Ax^2 + Bx + C)e^x$;
 г) $\bar{y} = x(Ax + B)e^x$; д) $\bar{y} = x^2(Ax + B)e^x$; е) другой ответ.

7.23. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите **ВСЕ** линейные однородные с постоянными коэффициентами:

- а) $y'' + 10y' + 25y = 0$; б) $y'' + xy' + y = 0$; в) $y'' + yy' = 5x$;
 г) $y'' = y' + 2y$; д) $y'' - 5y' + 6y = 20$; е) $y'' = 10y' + 5x$.

7.24. Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите **ВСЕ** линейные неоднородные с постоянными коэффициентами:

- а) $y'' + 10y' + 25y = 0$; б) $y'' + xy' + y = 0$; в) $y'' + yy' = 5x$;
 г) $y'' = y' + 2y$; д) $y'' - 5y' + 6y = 20$; е) $y'' = 10y' + 5x$.

7.25. Укажите то дифференциальное уравнение, фундаментальная система решений которого имеет вид: $y_1 = e^{5x}$, $y_2 = xe^{5x}$.

- а) $y'' + 10y' + 25y = 0$; б) $y'' - 25y = 0$; в) $y'' - 10y' + 26y = 0$;
 г) $y'' + 10y' + 25y = 0$; д) $y'' + 25y = 0$; е) $y'' + 10y' + 26y = 0$.

7.26. Укажите то дифференциальное уравнение, фундаментальная система решений которого имеет вид: $y_1 = e^{5x} \sin x$, $y_2 = e^{5x} \cos x$.

- а) $y'' + 10y' + 25y = 0$; б) $y'' - 25y = 0$; в) $y'' - 10y' + 26y = 0$;
 г) $y'' + 10y' + 25y = 0$; д) $y'' + 25y = 0$; е) $y'' + 10y' + 26y = 0$.

7.27. Какие из следующих дифференциальных уравнений можно решить **ТОЛЬКО** методом вариации произвольных постоянных?

- а) $y'' + y = x^2 \cos 3x$; б) $y'' - 4y' = \frac{2}{e^x + 1}$;
 в) $y'' + 4y' + 4y = 2x \cos 2x$; г) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$;
 д) $y' = \frac{x^2 + 4}{\cos^2 y}$; д) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

7.28. К какому дифференциальному уравнению можно свести систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = 2y - z \end{cases}$?

- а) $y'' - y' + 2y = 0$; б) $y'' - y = 0$; в) $y'' - 3y = 0$;
 г) $y'' + 2y' = 0$; д) $y' + \frac{y}{2} = 1$; е) другой ответ.

ОТВЕТЫ

Пределы

№	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10
Ответ	а,в,г,ж	б,ж	а,в,д,е	б,г	в	г	в	а	в	в
№	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16				
Ответ	а	а,в	г	в	б	б				

Непрерывность

№	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10	2.11
Ответ	б,д	е	а,в,г,ж	в	г	а	б	а	а,в,д	а,б,г	а

Дифференциальное исчисление

№	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10
Ответ	д	а	б	б	2	в,г	б,г	в	г	б
№	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15	3.16	3.17	3.18	3.19	3.20
Ответ	а	в	г	г	в	а	б	а	б	с,с
№	3.21	3.22	3.23	3.24	3.25	3.26	3.27			
Ответ	с	нет	р	б	г	е	г			

Функции нескольких переменных

№	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10
Ответ	б	б	в	б	а	б	г	а	в	а
№	4.11	4.12	4.13	4.14						
Ответ	б	а	г	б,д						

Интегральное исчисление

№	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
Ответ	а,ж	б,д	в	б,г,е	а,в,д,ж	б	в	-4	2	3
№	5.11-1	5.11-2	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19
Ответ	-1/2	8	0	8π	д	в	г	а	а,б,д	а
№	5.20	5.21	5.22							
Ответ	е	б,в,д	π ² /3							

Кратные интегралы

№	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	
Ответ	б,г,д	б	в	б	а	б,г	б	г	д	

Дифференциальные уравнения

№	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	7.10
Ответ	в	г	г	б	г	в	г	в	б	в
№	7.11	7.12	7.13	7.14	7.15	7.16	7.17	7.18	7.19	7.20
Ответ	а	а,г	б,в	б	в	в	г	а	е	б
№	7.21	7.22	7.23	7.24	7.25	7.26	7.27	7.28		
Ответ	г	д	а,г	д,е	г	в	б,г	в		

Содержание

Введение	3
1 Пределы	4
2. Непрерывность	6
3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	7
4. Функции нескольких переменных	12
5. Интегральное исчисление.....	14
6. Кратные интегралы	17
7. Дифференциальные уравнения	19
Ответы	23